

# 明 細 書

## システム推定方法及びプログラム及び記録媒体、システム推定装置

### 5 技術分野

本発明は、システム推定方法及びプログラム及び記録媒体、システム推定装置に係り、特に、 $H_{\infty}$ 評価基準に基づいて開発されたハイパー $H_{\infty}$ フィルタの高速 $H_{\infty}$ フィルタリングアルゴリズムを用いて、状態推定のロバスト化と忘却係数の最適化を同時に実現するシステム推定方法及びプログラム及び記録媒体、システム推定装置に関する。

### 背景技術

一般に、システム推定とは、入出力データに基づいてシステムの入出力関係の数理モデル(伝達関数、あるいはインパルス応答など)のパラメータを推定することである。

15 代表的な応用例として、国際通信におけるエコーキャンセラ、データ通信における自動等化器、音響システムにおけるエコーキャンセラや音場再生および自動車などにおけるアクティブ騒音制御などがある。詳細は、非特許文献1. 1993年電子情報通信学会「デジタル信号処理ハンドブック」等参照。

### 20 (基本原理)

図8に、システム推定のための構成図の例を示す(未知システムはIIR(Infinite Impulse Response)フィルタで表現してもよい)。

このシステムは、未知システム1、適応フィルタ2を備える。また、適応フィルタ2は、FIRデジタルフィルタ3、適応アルゴリズム4を有する。

25 以下に、未知システム1を同定する出力誤差方式の一例を説明する。ここで、 $u_k$ は

未知システム1の入力、 $d_k$ は所望信号であるシステムの出力、 $\hat{d}_k$ はフィルタの出力である。(なお、「 $\hat{\phantom{x}}$ 」は、推定値の意味であり、文字の真上に付されるものであるが、入力の都合上文字の右上に記載する。以下同様。)

未知システムのパラメータとしては、一般にインパルス応答が用いられるので、適応  
5 フィルタは図の評価誤差 $e_k = d_k - \hat{d}_k$ を最小にするように適応アルゴリズムによってFIRデジタルフィルタ3の係数を調節する。

また、従来、システムのパラメータ(状態)の推定には、誤差共分散行列の更新式  
(リカッチ方程式)に基づくカルマンフィルタが広く用いられて来た。詳細は、非特許文  
献2. S. Haykin: Adaptive filter theory, Prentice-Hall(1996)などに示され  
10 ている。

以下にカルマンフィルタの基本原理について説明する。

次式のように、状態空間モデルで表された線形システム

$$x_{k+1} = \rho^{-1/2} x_k, \quad y_k = H_k x_k + v_k \quad (1)$$

の状態 $x_k$ の最小分散推定値 $\hat{x}_{k|k}$ は、状態の誤差共分散行列 $\hat{\Sigma}_{k|k-1}$ を用いて次の  
15 ように得られる。

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}) \\ \hat{x}_{k+1|k} &= \rho^{-\frac{1}{2}} \hat{x}_{k|k} \end{aligned} \quad (2)$$

$$K_k = \hat{\Sigma}_{k|k-1} H_k^T (\rho + H_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} H_k^T)^{-1} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_{k|k} &= \hat{\Sigma}_{k|k-1} - K_k H_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \\ \hat{\Sigma}_{k+1|k} &= \hat{\Sigma}_{k|k} / \rho \end{aligned} \quad (4)$$

ただし、

$$\hat{x}_{0|-1} = 0, \quad \hat{\Sigma}_{0|-1} = \varepsilon_0 I, \quad \varepsilon_0 > 0 \quad (5)$$

$x_k$ : 状態ベクトルまたは単に状態; 未知であり、これが推定の対象となる。

$y_k$ : 観測信号; フィルタの入力となり、既知である。

$H_k$ : 観測行列; 既知である。

20  $v_k$ : 観測雑音; 未知である。

$\rho$ : 忘却係数; 一般に試行錯誤で決定される。

$K_k$ : フィルタゲイン; 行列  $\hat{\Sigma}_{k|k-1}$  から得られる。

$\hat{\Sigma}_{k|k}: \hat{x}_{k|k}$  の誤差の共分散行列に対応; リカッチ方程式により得られる。

$\hat{\Sigma}_{k+1|k}: \hat{x}_{k+1|k}$  の誤差の共分散行列に対応; リカッチ方程式により得られる。

- 5  $\hat{\Sigma}_{1|0}$ : 初期状態の共分散行列に対応; 本来未知であるが、便宜上  $\varepsilon_0 I$  が用いられる。

また、本発明者は、既に高速 $H_\infty$ フィルタによるシステム同定アルゴリズムを提案した(特許文献1参照)。これは、システム同定のために新たに $H_\infty$ 評価基準を定め、これに基づくハイパー $H_\infty$ フィルタの高速アルゴリズムを開発すると共に、この高速 $H_\infty$ フィルタリングアルゴリズムに基づく高速時変システム同定方法である。高速 $H_\infty$ フィルタリングアルゴリズムは、単位時間ステップ当たり計算量 $O(N)$ で急激に変化する時変システムの追跡が可能である。上限値の極限で高速カルマンフィルタリングアルゴリズムと完全に一致する。このようなシステム同定により時不変および時変システムの高速実時間同定および推定を実現することができる。

- 15    なお、システム推定の分野で通常知られる方法として、例えば、非特許文献2、3参照のこと。

#### (エコーキャンセラへの適用例)

- 20    国際電話など長距離電話回線では、信号増幅などの理由から4線式回線が用いられている。一方、加入者回線は比較的短距離なので、2線式回線が使用されている。

- 図9に通信系とエコーについての説明図を示す。2線式回線と4線式回線の接続部には図示のようにハイブリッドトランスが導入され、インピーダンス整合が行われている。このインピーダンス整合が完全であれば、話者Bからの信号(音声)は話者Aのみに到達する。しかし、一般に整合を完全とするのはむずかしく、受信信号の一部は4線式回線に漏れ、増幅された後、再び受信者(話者A)に戻ると云った現象が起こる。
- 25    これがエコー(echo)である。エコーは、伝送距離が長くなるにつれて(遅延時間が長く

なるにつれて)影響が大きくなり、著しく通話の品質を劣化させる(パルス伝送においては近距離であってもエコーによる通話品質の劣化は大きく影響する)。

図10に、エコーキャンセラの原理図を示す。

そこで、図示のようにエコーキャンセラ(echo canceller)を導入し、直接観測可能な  
5 受信信号とエコーを用いてエコーパスのインパルス応答を逐次推定し、それを利用して得た疑似エコーを実際のエコーから差し引くことによってエコーを打ち消し、その除去を図っている。

エコーパスのインパルス応答の推定は、残留エコー $e_k$ の平均2乗誤差が最小になる  
ように行われる。このとき、エコーパスの推定を妨害する要素は、回線雑音と話者Aか  
10 らの信号(音声)である。一般に、話者2人が同時に話し始めた(ダブルトーク)ときはインパルス応答の推定を中断する。また、ハイブリッドトランスのインパルス応答長は 50 [ms]程度なので、サンプリング周期を125[ $\mu$ s]とするとエコーパスのインパルス応答の次数は実際は400程度となる。

非特許文献1

15 1993年電子情報通信学会「デジタル信号処理ハンドブック」

非特許文献2

S. Haykin: Adaptive filter theory, Prentice-Hall(1996)

非特許文献3

B. Hassibi, A. H. Sayed, and T. Kailath: "Indefinite-Quadratic Estimation and  
20 Control", SIAM (1996)

特許文献1

特開2002-135171号公報

## 発明の開示

25 しかしながら、式(1)～(5)のような従来の忘却係数 $\rho$ を入れたカルマンフィルタでは、忘却係数 $\rho$ の値は試行錯誤で決定しなければならず非常に手間が掛かった。さ

らに、決定された忘却  $\rho$  係数の値が果たして最適な値であるかどうか判定する手段も無かった。

また、カルマンフィルタで用いる誤差共分散行列は、本来、零でない任意のベクトルとの2次形式が常に正(以下、「正定」という。)であるがコンピュータにより単精度で計算した場合にはその2次形式が負(以下、「負定」という。)となり、数値的に不安定になることが知られている。また、計算量が  $O(N^2)$  (あるいは  $O(N^3)$ ) であるため、状態ベクトル  $x_k$  の次元  $N$  が大きい場合、1ステップ当たりの演算回数が急激に増大し、実時間処理には適さなかった。

本発明は、以上の点に鑑み、忘却係数を理論的に最適に決定できる推定方法確立すると共に、その数値的に安定な推定アルゴリズムと高速アルゴリズムを開発することを目的とする。また、本発明は、通信システムや音響システムにおけるエコーキャンセラ、音場再生又は騒音制御などに適用することができるシステム推定方法を提供することを目的とする。

本発明は、上記課題を解決するために、新たに考案した  $H_\infty$  最適化手法を用いて忘却係数が最適決定可能な状態推定アルゴリズムを導出する。さらに、常に正定であるべき誤差共分散行列の代わりに、その因数行列を更新することによって数値的に安定な推定アルゴリズムと高速アルゴリズムを開発する。

本発明の第1の解決手段によると、

次式で表される状態空間モデルに対して、

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k$$

$$y_k = H_k x_k + v_k$$

$$z_k = H_k x_k$$

ここで、

$x_k$ : 状態ベクトルまたは単に状態

$w_k$ : システム雑音

$v_k$ : 観測雑音

$y_k$ : 観測信号

$z_k$ : 出力信号

$F_k$ : システムのダイナミックス

$G_k$ : 駆動行列

- 5 評価基準として忘却係数  $\rho$  で重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値  $\gamma_f$  に対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数  $\rho$  の最適化を同時に行うためのシステム推定方法及びプログラム及び該プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体であって、
- 10 処理部は、上限値  $\gamma_f$ 、フィルタの入力である観測信号  $y_k$ 、観測行列  $H_k$  を含む値を記憶部又は入力部から入力するステップと、
 

処理部は、前記上限値  $\gamma_f$  に従い、状態空間モデルに関連する忘却係数  $\rho$  を決定するステップと、

処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列  $H_k$  を含む値を読み取り、前

- 15 記忘却係数  $\rho$  を用いて次式で表されるハイパー  $H_\infty$  フィルタを実行するステップと、
 
$$\hat{x}_{k|k} = F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k} (y_k - H_k F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1})$$
 ここで、
 

$\hat{x}_{k|k}$ : 観測信号  $y_0 \sim y_k$  までを用いた時刻  $k$  の状態  $x_k$  の推定値

$F_k$ : システムのダイナミックス

- 20  $K_{s,k}$ : フィルタゲイン
 

処理部は、ハイパー  $H_\infty$  フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶するステップと、

処理部は、観測行列  $H_i$  とフィルタゲイン  $K_{s,i}$  により、前記上限値  $\gamma_f$  及び前記忘却係数  $\rho$  に基づく存在条件を計算するステップと、

- 25 処理部は、上限値  $\gamma_f$  を小さくしていき前記ハイパー  $H_\infty$  フィルタを実行するステップを

繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶するステップと、

を含む前記システム推定方法、各ステップをコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラム及び該プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体が

5 提供される。

また、本発明の第2の解決手段によると、

次式で表される状態空間モデルに対して、

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k$$

$$y_k = H_k x_k + v_k$$

10  $z_k = H_k x_k$

ここで、

$x_k$ : 状態ベクトルまたは単に状態

$w_k$ : システム雑音

$v_k$ : 観測雑音

15  $y_k$ : 観測信号

$z_k$ : 出力信号

$F_k$ : システムのダイナミックス

$G_k$ : 駆動行列

評価基準として忘却係数  $\rho$  で重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネル

20 ギーゲインを予め与えられた上限値  $\gamma_f$  に対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数  $\rho$  の最適化を同時に行うためのシステム推定装置であって、

推定アルゴリズムを実行する処理部と、

前記処理部により読み取り及び／又は書き込みがなされ、状態空間モデルに関連

25 する各観測値、設定値、推定値を記憶した記憶部と、

を備え、

前記処理部は、上限値  $\gamma_f$ 、フィルタの入力である観測信号  $y_k$ 、観測行列  $H_k$  を含む値を記憶部又は入力部から入力すること、

前記処理部は、前記上限値  $\gamma_f$  に従い、状態空間モデルに関連する忘却係数  $\rho$  を決定すること、

- 5 前記処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列  $H_k$  を含む値を読み取り、前記忘却係数  $\rho$  を用いて次式で表されるハイパー  $H_\infty$  フィルタを実行すること、

$$\hat{x}_{k|k} = F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k} (y_k - H_k F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1})$$

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$ : 観測信号  $y_0 \sim y_k$  までを用いた時刻  $k$  の状態  $x_k$  の推定値

- 10  $F_k$ : システムのダイナミックス

$K_{s,k}$ : フィルタゲイン

前記処理部は、ハイパー  $H_\infty$  フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶すること、

- 前記処理部は、観測行列  $H_i$  とフィルタゲイン  $K_{s,i}$  により、前記上限値  $\gamma_f$  及び前記忘却係数  $\rho$  に基づく存在条件を計算すること、

前記処理部は、上限値  $\gamma_f$  を小さくしていき前記ハイパー  $H_\infty$  フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶すること

を備えた前記システム推定装置が提供される。

- 20 本発明の推定方法は忘却係数を最適に決定することが可能であり、かつアルゴリズムは単精度でも安定に動作可能であるため、低コストで高い性能が実現できる。一般に、通常の民間の通信機器などでは、コストと速度の面から単精度で計算が行われる場合が多い。このため、本発明は実用的な状態推定アルゴリズムとして様々な産業分野にその効果をもたらすであろう。



## 図面の簡単な説明

図1は、本実施の形態に関するハードウェアの構成図である。

図2は、 $H_\infty$ フィルタのロバスト化と忘却係数  $\rho$  の最適化についてのフローチャートである。

5 図3は、図2中の $H_\infty$ フィルタ(S105)のアルゴリズムについてのフローチャートである。

図4は、定理2の平方根アレイアルゴリズムの説明図である。

図5は、定理3の数値的に安定な高速アルゴリズムのフローチャートである。

図6は、インパルス応答  $\{h_i\}_{i=0}^{23}$  の値を示す図である。

10 図7は、定理3の数値的に安定な高速アルゴリズムによるインパルス応答の推定結果である。

図8は、システム推定のための構成図である。

図9は、通信系とエコーについての説明図である。

図10は、エコーキャンセラの原理図である。

15

## 発明を実施するための最良の形態

以下に、本発明の実施の形態について説明する。

### 1. 記号の説明

20 まず、本発明の実施の形態で用いる主な記号及びその既知又は未知について説明する。

$x_k$ : 状態ベクトルまたは単に状態; 未知であり、これが推定の対象となる。

$x_0$ : 初期状態; 未知である。

$w_k$ : システム雑音; 未知である。

25  $v_k$ : 観測雑音; 未知である。

$y_k$ : 観測信号; フィルタの入力となり、既知である。

$z_k$ : 出力信号; 未知である。

$F_k$ : システムのダイナミックス; 既知である。

$G_k$ : 駆動行列; 実行時に既知となる。

5  $H_k$ : 観測行列; 既知である。

$\hat{x}_{k|k}$ : 観測信号  $y_0 \sim y_k$  までを用いた時刻  $k$  の状態  $x_k$  の推定値; フィルタ方程式によって与えられる。

$\hat{x}_{k+1|k}$ : 観測記号  $y_0 \sim y_k$  まで用いた時刻  $k+1$  の状態  $x_{k+1}$  の推定値; フィルタ方程式によって与えられる。

10  $\hat{x}_{0|0}$ : 状態の初期推定値; 本来未知であるが、便宜上  $0$  が用いられる。

$\hat{\Sigma}_{k|k}$ :  $\hat{x}_{k|k}$  の誤差の共分散行列に対応; リカッチ方程式によって与えられる。

$\hat{\Sigma}_{k+1|k}$ :  $\hat{x}_{k+1|k}$  の誤差の共分散行列に対応; リカッチ方程式によって与えられる。

$\hat{\Sigma}_{1|0}$ : 初期状態の共分散行列に対応; 本来未知であるが、便宜上  $\varepsilon_0 I$  が用いられる。

15  $K_{s,k}$ : フィルタゲイン; 行列  $\hat{\Sigma}_{k|k-1}$  から得られる。

$\rho$ : 忘却係数; 定理 1~3 の場合、 $\gamma_f$  が決まれば  $\rho = 1 - \chi(\gamma_f)$  より自動的に決定される。

$e_{f,i}$ : フィルタ誤差

$R_{e,k}$ : 補助変数

20 なお、記号の上に付される“ $\wedge$ ”、“ $v$ ”は、推定値の意味である。また、“ $\sim$ ”、“ $-$ ”、“ $U$ ”等は、便宜上付加した記号である。これらの記号は、入力の都合上、文字の右上に記載するが、数式で示すように、文字の真上に記載されたものと同一である。また、 $x$ 、 $w$ 、 $H$ 、 $G$ 、 $K$ 、 $R$ 、 $\Sigma$ 、等は行列であり、数式で示すように太文字で記されるものがあるが、入力の都合上、普通の文字で記載する。

## 2. システム推定のハードウェア及びプログラム

本システム推定方法又はシステム推定装置・システムは、その各手順をコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラム、システム推定プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体、システム推定プログラムを含みコンピュータの内部メモリにロード可能なプログラム製品、そのプログラムを含むサーバ等のコンピュータ、等により提供されることができる。

図1は、本実施の形態に関するハードウェアの構成図である。

このハードウェアは、中央処理装置(CPU)である処理部101、入力部102、出力部103、表示部104及び記憶部105を有する。また、処理部101、入力部102、出力部103、表示部104及び記憶部105は、スター又はバス等の適宜の接続手段で接続されている。記憶部105は、システム推定される「1. 記号の説明」で示した既知のデータが必要に応じて記憶される。また、未知・既知のデータや計算されたハイパーH<sub>∞</sub>フィルタに関するデータ・その他のデータが処理部101により、必要に応じて書き込み及び／又は読み出しされる。

## 3. 忘却係数が最適決定可能なハイパーH<sub>∞</sub>フィルタ

(定理1)

次式のような状態空間モデルを考える。

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{G}_k \mathbf{w}_k, \quad \mathbf{w}_k, \mathbf{x}_k \in \mathcal{R}^N \quad (6)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad \mathbf{y}_k, \mathbf{v}_k \in \mathcal{R} \quad (7)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k, \quad \mathbf{z}_k \in \mathcal{R}, \quad \mathbf{H}_k \in \mathcal{R}^{1 \times N}, \quad k = 0, 1, \dots, L \quad (8)$$

このような状態空間モデルに対して、次式のようなH<sub>∞</sub>評価基準を提案する。

$$\sup_{\mathbf{x}_0, \{\mathbf{w}_i\}, \{\mathbf{v}_i\}} \frac{\sum_{i=0}^k \|\mathbf{e}_{f,i}\|^2 / \rho}{\|\mathbf{x}_0 - \tilde{\mathbf{x}}_0\|_{-1}^2 \sum_{i=0}^{k-1} + \sum_{i=0}^k \|\mathbf{w}_i\|^2 + \sum_{i=0}^k \|\mathbf{v}_i\|^2 / \rho} < \gamma_f^2 \quad (9)$$

この $H_\infty$ 評価基準を満たす状態推定値 $\hat{x}_{k|k}$ (あるいは出力推定値 $\hat{z}_{k|k}$ )は、次のレベル $\gamma_f$ のハイパー $H_\infty$ フィルタによって与えられる。

$$\hat{z}_{k|k} = H_k \hat{x}_{k|k} \quad (10)$$

$$\hat{x}_{k|k} = F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k} (y_k - H_k F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (11)$$

$$K_{s,k} = \hat{\Sigma}_{k|k-1} H_k^T (H_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} H_k^T + \rho)^{-1} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_{k|k} &= \hat{\Sigma}_{k|k-1} - \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T R_{e,k}^{-1} C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \\ \hat{\Sigma}_{k+1|k} &= (F_k \hat{\Sigma}_{k|k} F_k^T) / \rho \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、

$$e_{f,i} = \hat{z}_{i|i} - H_i x_i, \quad \hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0, \quad \hat{\Sigma}_{1|0} = \Sigma_0$$

$$R_{e,k} = R_k + C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T, \quad R_k = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho \gamma_f^2 \end{bmatrix}, \quad C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$0 < \rho = 1 - \chi(\gamma_f) \leq 1, \quad \gamma_f > 1 \quad (15)$$

である。なお、式(11)はフィルタ方程式、式(12)はフィルタゲイン、式(13)はリカッチ方程式をそれぞれ示す。

また、駆動行列 $G_k$ は次のように生成される。

$$G_k G_k^T = \frac{\chi(\gamma_f)}{\rho} F_k \hat{\Sigma}_{k|k} F_k^T \quad (16)$$

また、上述の高速 $H_\infty$ フィルタの追従能力を向上するためには、上限値 $\gamma_f$ は次の存在条件を満たすように出来るだけ小さく設定する。

$$\hat{\Sigma}_{i|i}^{-1} = \hat{\Sigma}_{i|i-1}^{-1} + \frac{1 - \gamma_f^{-2}}{\rho} H_i^T H_i > 0, \quad i = 0, \dots, k \quad (17)$$

ただし、 $\chi(\gamma_f)$ は、 $\chi(1)=1$ 、 $\chi(\infty)=0$ を満たす $\gamma_f$ の単調減衰関数である。

定理1の特徴は状態推定のロバスト化と忘却係数 $\rho$ の最適化を同時に行っている点にある。

図2に、 $H_\infty$ フィルタのロバスト化と忘却係数 $\rho$ の最適化についてのフローチャートを示す。ここで、

ブロック「EXC>0」:H<sub>∞</sub>フィルタの存在条件、

$\Delta \gamma$ : 正の実数、である。

まず、処理部101は、記憶部105又は入力部102から上限値  $\gamma_f$  を読み出し又は  
 入力する(S101)。この例では、 $\gamma_f > 1$  が与えられる。処理部101は、式(15)に  
 5 よって忘却係数  $\rho$  を決定する(S103)。その後、処理部101は、忘却係数  $\rho$  に基づ  
 き、式(10)～式(13)のハイパーH<sub>∞</sub>フィルタを実行する(S105)。処理部101は、式  
 (17)(あるいは、後述の式(18))の右辺(これをEXCとする)を計算し(S107)、その  
 存在条件がすべての時刻で満たされれば(S109)、 $\gamma_f$  を  $\Delta \gamma$  だけ小さくして同じ処  
 理を繰り返す(S111)。一方、ある  $\gamma_f$  で存在条件を満たさなくなったとき(S109)、そ  
 10 の  $\gamma_f$  に  $\Delta \gamma$  を加えたものを  $\gamma_f$  の最適値  $\gamma_f^{op}$  として出力部103に出力及び／又は記  
 憶部105に記憶する(S113)。なお、この例では、 $\Delta \gamma$  を加えているが、それ以外の  
 予め設定された値を加えてもよい。この最適化のプロセスを  $\gamma$  -イタレーションと呼ぶ。  
 なお、処理部101は、H<sub>∞</sub>フィルタ計算ステップS105及び存在条件の計算ステップS  
 107等の各ステップで求めた適宜の中間値及び最終値を必要に応じて適宜記憶部1  
 15 05に記憶し、また、記憶部105から読み出すようにしてもよい。

ハイパーH<sub>∞</sub>フィルタが存在条件を満たすとき、式(9)の不等式は常に満たされる。  
 よって、式(9)の分母の外乱エネルギーが限定される場合、式(9)の分子の2乗推定  
 誤差の総和は有界となり、ある時刻以降の推定誤差が0になる。これは、 $\gamma_f$  をより小  
 さく出来れば、状態  $x_k$  の変化に推定値  $\hat{x}_{k|k}$  が速やかに追従できることを意味する。

20 ここで、定理1のハイパーH<sub>∞</sub>フィルタのアルゴリズムは通常のH<sub>∞</sub>フィルタのものとは  
 異なることに注意されたい。また、 $\gamma_f \rightarrow \infty$  のとき、 $\rho = 1$ 、 $G_k = 0$  となり、定理1のH<sub>∞</sub>フ  
 ィルタのアルゴリズムはカルマンフィルタのアルゴリズムと一致する。

図3に、図2中の(ハイパー)H<sub>∞</sub>フィルタ(S105)のアルゴリズムについてのフローチ  
 ャートを示す。

ハイパーH<sub>∞</sub>フィルタリングアルゴリズムは以下のように要約することができる。

[ステップS201] 処理部101は、記憶部105から再帰式の初期条件を読み出し、又は、初期条件を入力部102から入力し、図示のように定める。なお、Lはあらかじめ定められた最大データ数を示す。

[ステップS203] 処理部101は、時刻kと最大データ数Lとを比較する。処理部101は、時刻kが最大データ数より大きければ処理を終了し、以下であれば次のステップに進む。(不要であれば条件文を取り除くことができる。または、必要に応じて再スタートを行ってもよい。)

[ステップS205] 処理部101は、フィルタゲイン $K_{s,k}$ を式(12)を用いて計算する。

[ステップS207] 処理部101は、式(11)のハイパーH<sub>∞</sub>フィルタのフィルタ方程式を更新する。

[ステップS209] 処理部101は、誤差の共分散行列に対応する項 $\Sigma_{k|k}$ 、 $\Sigma_{k+1|k}$ を式(13)のリカッチ方程式を用いて計算する。

[ステップS211] 時刻kを進ませて( $k=k+1$ )、ステップS203に戻り、データがある限り続ける。

なお、処理部101は、H<sub>∞</sub>フィルタ計算ステップS205～S209等の各ステップで求めた適宜の中間値及び最終値、存在条件の値等を必要に応じて適宜記憶部105に記憶し、また、記憶部105から読み出すようにしてもよい。

(スカラー存在条件)

ところで、式(17)の存在条件の判定には $O(N^2)$ の計算量が必要であった。しかし、次の条件を用いれば計算量 $O(N)$ で定理1のH<sub>∞</sub>フィルタの存在性、すなわち式(9)を検証することができる。

系1:スカラー存在条件

次の存在条件を用いれば計算量 $O(N)$ でハイパーH<sub>∞</sub>フィルタの存在性が判定でき

る。

$$-\varrho \hat{\Xi}_i + \rho \gamma_f^2 > 0, \quad i = 0, \dots, k \quad (18)$$

ここで、

$$\varrho = 1 - \gamma_f^2, \quad \hat{\Xi}_i = \frac{\rho \mathbf{H}_i \mathbf{K}_{s,i}}{1 - \mathbf{H}_i \mathbf{K}_{s,i}}, \quad \rho = 1 - \chi(\gamma_f) \quad (19)$$

ただし、 $\mathbf{K}_{s,i}$ は式(12)で求めたフィルタゲインである。

(証明)

5 以下に系1の証明を説明する。

$2 \times 2$ の行列 $\mathbf{R}_{e,k}$ の特性方程式

$$\begin{aligned} |\lambda \mathbf{I} - \mathbf{R}_{e,k}| &= \begin{vmatrix} \lambda - (\rho + \mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T) & -\mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \\ -\mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T & \lambda - (-\rho \gamma_f^2 + \mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T) \end{vmatrix} \\ &= \lambda^2 - (2\mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \rho \varrho) \lambda - \rho^2 \gamma_f^2 + \rho \varrho \mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T = 0 \end{aligned}$$

を解けば、 $\mathbf{R}_{e,k}$ の固有値 $\lambda_i$ が次のように得られる。

$$\lambda_i = \frac{\Phi \pm \sqrt{\Phi^2 - 4\rho\varrho\mathbf{H}_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}\mathbf{H}_k^T + 4\rho^2\gamma_f^2}}{2}$$

ただし、 $\Phi = 2\mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \rho \varrho$ ,  $\varrho = 1 - \gamma_f^2$ である。

もし、

$$-4\rho\varrho\mathbf{H}_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}\mathbf{H}_k^T + 4\rho^2\gamma_f^2 > 0$$

10 であれば、行列 $\mathbf{R}_{e,k}$ の2つの固有値の1つは正となり、もう1つは負となり、行列 $\mathbf{R}_k$ と

$\mathbf{R}_{e,k}$ は同じイナージヤをもつ。これより、

$$\mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T = \frac{\mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{K}}_k}{1 - \frac{1-\gamma_f^2}{\rho} \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{K}}_k}, \quad \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{K}}_k = \frac{\rho \mathbf{H}_k \mathbf{K}_{s,k}}{1 - \gamma_f^2 \mathbf{H}_k \mathbf{K}_{s,k}}$$

を用いれば、式(18)の存在条件が得られる。ここで、 $\mathbf{H}_k \mathbf{K}_{s,k}$ の計算量は $O(N)$ であ

る。

#### 4. 数値的に安定な状態推定アルゴリズム

- 5 上述のハイパー $H_\infty$ フィルタは、 $\hat{\Sigma}_{k|k-1} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ を更新するため、単位時間ステップあたりの計算量は $O(N^2)$ となる、すなわち、 $N^2$ に比例する算術演算が必要となる。ここで、 $N$ は状態ベクトル $x_k$ の次元である。よって、 $x_k$ の次元が増加するにつれて本フィルタの実行に要する計算時間は急速に増大する。また、誤差共分散行列 $\hat{\Sigma}_{k|k-1}$ は、その性質から常に正定でなければならないが、数値的には負定になる場合がある。特に、単精度で計算した場合はこの傾向は顕著となる。このとき、フィルタは不安定となることが知られている。よって、アルゴリズムの実用化および低コスト化のためには、  
10 単精度(例: 32bit)でも動作可能な状態推定アルゴリズムの開発が望まれる。

そこで、次に、

$$R_k = R^{1/2}_k J_1 R^{1/2}_k,$$

$$R_{e,k} = R^{1/2}_{e,k} J_1 R^{1/2}_{e,k},$$

$$15 \quad \hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}^{1/2}_{k|k-1} \hat{\Sigma}^{1/2}_{k|k-1}$$

に着目して、数値的に安定化した定理1の $H_\infty$ フィルタ(平方根アレイアルゴリズム)を定理2に示す。ただし、ここでは簡単のため $F_k = I$ としたが、 $F_k \neq I$ の場合も同様に求めることができる。以下に、数値的に安定な状態推定アルゴリズムを実現するための、ハイパー $H_\infty$ フィルタを示す。



(定理2)

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (20)$$

$$K_{s,k} = K_k(:, 1)/R_{e,k}(1, 1), \quad K_k = \rho^{\frac{1}{2}}(\rho^{-\frac{1}{2}}K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1}) J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

$$\left[ \begin{array}{c|c} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ \hline 0 & \rho^{-\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{array} \right] \Theta(k) = \left[ \begin{array}{c|c} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \hline \rho^{-\frac{1}{2}} K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{array} \right] \quad (22)$$

ただし、

$$\begin{aligned} R_k &= R_k^{\frac{1}{2}} J_1 R_k^{\frac{1}{2}}, \quad R_k^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \rho^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & \rho^{\frac{1}{2}} \gamma_f \end{bmatrix}, \quad J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ R_{e,k} &= R_k + C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T, \quad C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix}, \quad R_{e,k} = R_{e,k}^{\frac{1}{2}} J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}}, \quad \hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0 \end{aligned} \quad (23)$$

であり、 $\Theta(k)$ はJ-ユニタリ行列、すなわち $\Theta(k)J\Theta(k)^T = J$ を満たし、 $J = (J_1 \oplus I)$ 、 $I$ は単位行列である。また、 $K_k(:, 1)$ は行列 $K_k$ の1列目の列ベクトルを表す。

なお、式(21)、(22)において、 $J_1^{-1}$ および $J_1$ は削除可能である。

図4に、定理2の平方根アレイアルゴリズムの説明図を示す。この計算アルゴリズム

- 5 は、図2に示した定理1のフローチャート中の $H_\infty$ フィルタの計算(S105)で用いることができる。

本推定アルゴリズムは、 $\hat{\Sigma}_{k|k-1}$ をリカッチ型の更新式で求める代わりに、その因数行列 $\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{1/2} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  ( $\hat{\Sigma}_{k|k-1}$ の平方根行列)をJ-ユニタリ変換に基づく更新式で求めている。このとき生じる1-1ブロック行列と2-1ブロック行列からフィルタ

- 10 ゲイン $K_{s,k}$ を図示のように求めている。このため、 $\hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{1/2} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{1/2}$ となり、 $\hat{\Sigma}_{k|k-1}$ の正定性は保証され、数值的に安定化できる。なお、定理2の $H_\infty$ フィルタの単位ステップ当たりの計算量は $O(N^2)$ のままである。

なお、図4において、 $J_1^{-1}$ は削除可能である。

- まず、処理部101は、式(22)の左辺の行列式の各要素に含まれる項を記憶部105から読み出し又は内部メモリ等から得て、J-ユニタリ変換を実行する(S301)。処理部101は、求めた式(22)の右辺の行列式の要素からシステムゲイン $K_k$ 、 $K_{s,k}$ を

式(21)に基づき計算する(S303、S305)。処理部101は、式(20)に基づき状態推定値 $\hat{x}_{k|k}$ を計算する(S307)。

## 5. 状態推定のための数値的に安定な高速アルゴリズム

- 5 上述のように、定理2の $H_\infty$ フィルタの単位ステップ当たりの計算量は $O(N^2)$ のままである。そこで、計算量の対策として、 $\underline{H}_k = \underline{H}_{k+1} \Psi$ ,  $\underline{H}_k = [u(k), \dots, u(0), 0, \dots, 0]$ のとき、 $\underline{x}_k = [x_k^T, 0^T]^T$ の1ステップ予測誤差の共分散行列 $\underline{\Sigma}_{k+1|k}$ が

$$\underline{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi \underline{\Sigma}_{k|k-1} \Psi^T = -\underline{L}_k R_{r,k}^{-1} \underline{L}_k^T, \quad \underline{L}_k = \begin{bmatrix} \tilde{L}_k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

を満たすことを利用して、 $\underline{\Sigma}_{k+1|k}$ の代わりに次元の低い $\underline{L}_k$ (すなわち $\tilde{L}_k$ )を更新する

- 10 ことを考える。ここで、 $R_{r,k} = R_{r,k}^{\frac{1}{2}} S R_{r,k}^{\frac{1}{2}}$ と表されることに注意すれば次の定理3が得られる。

(定理3)

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + \bar{K}_{s,k} (y_k - H_k \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (61)$$

$$\bar{K}_{s,k} = \bar{K}_k(:, 1) / R_{e,k}(1, 1), \quad \bar{K}_k = \rho^{\frac{1}{2}} (\bar{K}_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}}) R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \quad (62)$$

$$\begin{bmatrix} R_{e,k+1}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}} J_1 & \tilde{L}_{k+1} R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1 & \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \Theta(k) \quad (63)$$

ここで、 $\Theta(k)$ は任意のJ-ユニタリ行列であり、 $\check{C}_k = \check{C}_{k+1} \Psi$ が成り立つ。ただし、

$$R_k = R_k^{\frac{1}{2}} J_1 R_k^{\frac{1}{2}}, \quad R_k^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \rho^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & \rho^{\frac{1}{2}} \gamma_f \end{bmatrix}, \quad J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}$$

$$R_{e,k} = R_k + C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T, \quad C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix}, \quad R_{e,k} = R_{e,k}^{\frac{1}{2}} J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}}, \quad \hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0 \quad (23)$$

なお、定理3の証明は、後述する。

- 15 上式は、 $K_k^- (= P^{-1/2} K_k)$ の代わりに $K_k$ についても整理することができる。

さらに、次のJ-ユニタリ行列

$$\Theta(k) = (J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \oplus -R_{r,k}^{\frac{1}{2}}) \Sigma(k) (R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} \oplus -R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}})$$

を用いれば定理4の高速化した状態推定アルゴリズムが得られる。ただし、 $\Psi$ はシフト行列を表す。

5 (定理4)

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (25)$$

$$K_{s,k} = \rho^{\frac{1}{2}} \bar{K}_k(:, 1) / R_{e,k}(1, 1) \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \quad (27)$$

$$\tilde{L}_{k+1} = \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \quad (28)$$

$$R_{e,k+1} = R_{e,k} - \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \quad (29)$$

$$R_{r,k+1} = R_{r,k} - \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \quad (30)$$

ただし、

$$\check{C}_{k+1} = \begin{bmatrix} \check{H}_{k+1} \\ \check{H}_{k+1} \end{bmatrix}, \quad \check{H}_{k+1} = [u_{k+1} \ u(k+1-N)] = [u(k+1) \ u_k], \quad \check{H}_1 = [u(1), 0, \dots, 0]$$

$$R_{e,1} = R_1 + \check{C}_1 \check{\Sigma}_{1|0} \check{C}_1^T, \quad R_1 = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho \gamma_f^2 \end{bmatrix}, \quad \check{\Sigma}_{1|0} = \text{diag}\{\rho^2, \rho^3, \dots, \rho^{N+2}\}, \quad \rho = 1 - \chi(\gamma_f)$$

$$\tilde{L}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{(N+1) \times 2}, \quad R_{r,0} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \rho^{-N} \end{bmatrix}, \quad \bar{K}_0 = 0, \quad \hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0, \quad \bar{K}_k = \rho^{-\frac{1}{2}} K_k \quad (31)$$

であり、 $\text{diag}[\cdot]$ は対角行列、 $R_{e,k+1}(1, 1)$ は行列 $R_{e,k+1}$ の1-1成分をそれぞれ表す。また、上式は $K_{-k}$ の代わりに $K_k$ に関しても整理できる。

本高速アルゴリズムは、次の因数分解

$$\underline{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi \underline{\Sigma}_{k|k-1} \Psi^T = -\underline{L}_k R_{r,k}^{-1} \underline{L}_k^T \quad (32)$$

10

における $\underline{L}_k \in \mathcal{R}^{(N+1) \times 2}$ の更新によってフィルタゲイン $K_{s,k}$ を求めているので、単位ス

テップ当たりの計算量は $O(N+1)$ で済む。ここで、次式に注意されたい。

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} = \rho^{-\frac{1}{2}} \left( \underline{\Sigma}_{k+1|k} \check{C}_{k+1}^T - \Psi \underline{\Sigma}_{k|k-1} \check{C}_k^T \right)$$

図5に、定理3の数値的に安定な高速アルゴリズムのフローチャートを示す。この高速アルゴリズムは図2の $H_\infty$ フィルタの計算ステップ(S105)に組み込まれ、 $\gamma$ —イタ

5 レーションによって最適化される。よって、存在条件が満たされる間は $\gamma_f$ は除々に減少されるが、満たされなくなった時点で、図示のように $\gamma_f$ は増加される。

$H_\infty$ フィルタリングアルゴリズムは以下のように要約することができる。

10 [ステップS401] 処理部101は、再帰式の初期条件を図示のように定める。なお、 $L$ は最大データ数を示す。

[ステップS403] 処理部101は、時刻 $k$ と最大データ数 $L$ とを比較する。処理部101は、時刻 $k$ が最大データ数より大きければ処理を終了し、以下であれば次のステップに進む。(不要であれば条件文を取り除くことができる。または、再スタートする。)

15 [ステップS405] 処理部101は、フィルタゲインに対応する項 $K_{k+1}$ を式(27)、(31)を用いて再帰的に計算する。

[ステップS406] 処理部101は、 $R_{e, k+1}$ を式(29)を用いて再帰的に計算する。

[ステップS407] 処理部101は、さらに $K_{s, k}$ を式(26)、(31)を用いて計算する。

[ステップS409] 処理部101は、ここで、存在条件 $EXC > 0$ を判定し、存在条件を満たせばステップS411に進む。

20 [ステップS413] 一方、処理部101は、ステップS409で存在条件を満たさなければ $\gamma_f$ を増加し、ステップS401に戻る。

[ステップS411] 処理部101は、式(25)の $H_\infty$ フィルタのフィルタ方程式を更新する。

[ステップS415] 処理部101は、 $R_{r, k+1}$ を式(30)を用いて再帰的に計算する。ま

た、処理部101は、 $L_{k+1}$ を式(28)、(31)を用いて再帰的に計算する。

[ステップS419] 処理部101は、時刻 $k$ を進ませて( $k=k+1$ )、ステップS403に戻り、データがある限り続ける。

5 なお、処理部101は、 $H_{\infty}$ フィルタ計算ステップS405～S415及び存在条件の計算ステップS409等の各ステップで求めた適宜の中間値及び最終値を必要に応じて適宜記憶部105に記憶し、また、記憶部105から読み出すようにしてもよい。

## 6. エコーキャンセラ

つぎに、エコーキャンセリング問題の数理モデルを作成する。

10 まず、受信信号 $\{u_k\}$ がエコーパスへの入力信号となることを考慮すれば、エコーパスの(時変)インパルス応答 $\{h_i[k]\}$ により、エコー $\{d_k\}$ の観測値 $\{y_k\}$ は次式で表される。

$$y_k = d_k + v_k = \sum_{i=0}^{N-1} h_i[k] u_{k-i} + v_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (33)$$

15 ここで、 $u_k$ ,  $y_k$ はそれぞれ時刻 $t_k (=kT; T$ は標本化周期)における受信信号とエコーを表し、 $v_k$ は時刻 $t_k$ における平均値0の回線雑音とし、 $h_i[k]$ ,  $i=0, \dots, N-1$ は、時変インパルス応答であり、そのタップ数 $N$ は既知とする。このとき、インパルス応答の推定値 $\{\hat{h}_i[k]\}$ が時々刻々得られれば、それを用いて次のように疑似エコーが生成される。

$$\hat{d}_k = \sum_{i=0}^{N-1} \hat{h}_i[k] u_{k-i}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (34)$$

20 これをエコーから差し引けば( $y_k - \hat{d}_k \doteq 0$ )、エコーをキャンセルすることができる。ただし、 $k-i < 0$ のとき $u_{k-i} = 0$ とする。

以上より、問題は直接観測可能な受信信号 $\{u_k\}$ とエコー $\{y_k\}$ からエコーパスのインパルス応答 $\{h_i[k]\}$ を逐次推定する問題に帰着できる。

一般に、エコーキャンセラに $H_\infty$ フィルタを適用するには、まず式(32)を状態方程式と観測方程式からなる状態空間モデルで表現しなければならない。そこで、問題がインパルス応答 $[h_i[k]]$ を推定することであるから、 $[h_i[k]]$ を状態変数 $x_k$ とし、 $w_k$ 程度の変動を許容すれば、エコーパスに対して次の状態空間モデルを立てることができる。

$$x_{k+1} = x_k + G_k w_k, \quad x_k, w_k \in \mathcal{R}^N \quad (35)$$

$$y_k = H_k x_k + v_k, \quad y_k, v_k \in \mathcal{R} \quad (36)$$

$$z_k = H_k x_k, \quad z_k \in \mathcal{R}, H_k \in \mathcal{R}^{1 \times N} \quad (37)$$

ただし、

$$x_k = [h_0[k], \dots, h_{N-1}[k]]^T, \quad w_k = [w_k(1), \dots, w_k(N)]^T$$

$$H_k = [u_k, \dots, u_{k-N+1}]$$

5

このような状態空間モデルに対するハイパーおよび高速 $H_\infty$ フィルタリングアルゴリズムは先に述べて通りである。また、インパルス応答の推定の際、送信信号の発生を検知するとその間推定を中止するのが一般的である。

## 10 7. インパルス応答に対する評価

(動作の確認)

エコーパスのインパルス応答が時間的に不変であり( $h_i[k] = h_i$ )、かつそのタップ数 $N$ が48である場合について、シミュレーションを用いて、本高速アルゴリズムの動作を確認する。

$$y_k = \sum_{i=0}^{47} h_i u_{k-i} + v_k \quad (38)$$

15

なお、図6は、ここでのインパルス応答 $[h_i]$ の値を示す図である。

ここで、インパルス応答 $[h_i]_{i=0}^{23}$ は、図示の値を採用し、その他 $[h_i]_{i=24}^{47}$ は0とする。また、 $v_k$ は平均値0、分散 $\sigma_v^2 = 1.0 \times 10^{-6}$ の定常なガウス白色雑音とし、標本化

周期Tを便宜上1.0とする。

また、受信信号 $\{u_k\}$ は次のように2次のARモデルで近似する。

$$u_k = \alpha_1 u_{k-1} + \alpha_2 u_{k-2} + w_k' \quad (39)$$

ただし、 $\alpha_1 = 0.7$ ,  $\alpha_2 = 0.1$ とし、 $w_k'$ は平均値0、分散 $\sigma_{w'}^2 = 0.04$ の定常な

5 ガウス白色雑音とする。

(インパルス応答の推定結果)

図7に、定理3の数値的に安定な高速アルゴリズムによるインパルス応答の推定結果を示す。ここで、図7(b)の縦軸は、

$$10 \quad \sqrt{\{\sum_{i=0}^{47} (h_i - \hat{x}_k(i+1))^2\}}$$

を表す。

これより、本高速アルゴリズムによって良好に推定出来ていることがわかる。ただし、 $\rho = 1 - \chi(\gamma_f)$ ,  $\chi(\gamma_f) = \gamma_f^{-2}$ ,  $\hat{x}_{0|0} = 0$ ,  $\hat{\Sigma}_{1|0} = 20I$ とし、計算は倍精度で行った。また、存在条件を確認しつつ、 $\gamma_f = 5.5$ と設定とした。

15

## 8. 定理の証明

### 8-1. 定理2の証明

次の関係式

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ 0 & \rho^{-\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} J \begin{bmatrix} R_k^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} C_k^T & \rho^{-\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \rho^{-\frac{1}{2}} K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} J \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & \rho^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} K_k^T \\ 0 & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (40) \end{aligned}$$

20 が成り立つとき、両辺の $2 \times 2$ ブロック行列の各項を比較すれば次式が得られる。

$$R_{e,k} = R_k + C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T \quad (41)$$

$$K_k = \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T \quad (42)$$

$$\hat{\Sigma}_{k+1|k} + \rho^{-1} K_k R_{e,k}^{-1} K_k^T = \rho^{-1} \hat{\Sigma}_{k|k-1} \quad (43)$$

これは定理1の $F_k=I$ のときの式(13)のリカッチ方程式と一致する。ただし、

$$J = (J_1 \oplus I), \quad J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix} \quad (44)$$

一方、 $AJ A^T = BJB^T$ が成り立つとき、 $B$ は $J$ -ユニタリ行列 $\Theta(k)$ を用いて $B = A\Theta(k)$

5  $(k)$ と表すことができる。よって、式(40)より定理1のリカッチ方程式は次式と等価である。

$$\begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \rho^{-\frac{1}{2}} K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ 0 & \rho^{-\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \Theta(k) \quad (45)$$

なお、式(40)、(45)において、 $J_1^{-1}$ は削除可能である。

## 10 8-2. 定理3の証明

次のようにブロック三角化する $J$ -ユニタリ行列 $\Theta(k)$ が存在すると仮定する。

$$\begin{bmatrix} X & 0 \\ Y & Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1 & \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \Theta(k).$$

このとき、上式の両辺 $J = (J_1 \oplus -S)$ -ノルムを比較すれば、左辺の $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ を以下のように決定することができる。ただし、 $S$ は対角成分が1または-1をとる対角行列とする。



(1, 1)−ブロック行列

$$\begin{aligned}
XJ_1X^T &= R_{e,k} - \check{C}_{k+1}\tilde{L}_kR_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T \\
&= R_{e,k} + \check{C}_{k+1}(\check{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi\check{\Sigma}_{k|k-1}\Psi^T)\check{C}_{k+1}^T \\
&= R_{e,k} + \check{C}_{k+1}\check{\Sigma}_{k+1|k}\check{C}_{k+1}^T - \check{C}_k\check{\Sigma}_{k|k-1}\check{C}_k^T \\
&= R_{e,k} + (R_{e,k+1} - R_{k+1}) - (R_{e,k} - R_k) = R_{e,k+1}
\end{aligned}$$

よって、 $R_{e,k+1} = R_{e,k+1}^{\frac{1}{2}}J_1R_{e,k+1}^{\frac{1}{2}}$ ,  $R_{k+1} = R_k$  より、 $X = R_{e,k+1}^{\frac{1}{2}}$ を得る。ここで、 $J_1^{-1} = J_1$  ( $J_1^2 = I$ ),  $S^{-1} = S$ ,  $R_{e,k+1}^T = R_{e,k+1}$ ,  $R_{r,k}^T = R_{r,k}$ ,  $R_{r,k}^{-1} = R_{r,k}^{-\frac{1}{2}}SR_{r,k}^{-\frac{1}{2}}$ ,  $\check{C}_k = \check{C}_{k+1}\Psi$  ( $\check{C}_k^T = \Psi^T\check{C}_{k+1}^T$ ) が成り立つことに注意されたい。

(2, 1)−ブロック行列

$$\begin{aligned}
YJ_1X^T &= \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_kR_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} + \rho^{-\frac{1}{2}}(\check{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi\check{\Sigma}_{k|k-1}\Psi^T)\check{C}_{k+1}^T \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} + \rho^{-\frac{1}{2}}(\check{\Sigma}_{k+1|k}\check{C}_{k+1}^T - \Psi\check{\Sigma}_{k|k-1}\check{C}_k^T) \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

これより、 $Y = \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}}J_1$ を得る。ただし、 $\check{C}_k^T = (\check{C}_{k+1}\Psi)^T$ である。

(2, 2)−ブロック行列

$$\begin{aligned}
 -ZSZ^T + YJ_1Y^T &= \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix}^T - \rho^{-1} \bar{L}_k R_{r,k}^{-1} \bar{L}_k^T \\
 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix}^T + \rho^{-1} (\check{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi \check{\Sigma}_{k|k-1} \Psi^T) \\
 &= \rho^{-1} \Psi \left( \begin{bmatrix} K_k \\ 0 \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \begin{bmatrix} K_k \\ 0 \end{bmatrix}^T - \check{\Sigma}_{k|k-1} \right) \Psi^T + \rho^{-1} \check{\Sigma}_{k+1|k} \\
 &= -\Psi \check{\Sigma}_{k+1|k} \Psi^T + \check{\Sigma}_{k+2|k+1} + \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} R_{e,k+1}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix}^T
 \end{aligned}$$

これより、

$$-ZSZ^T = \check{\Sigma}_{k+2|k+1} - \Psi \check{\Sigma}_{k+1|k} \Psi^T = -\bar{L}_{k+1} R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}} S R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}} \bar{L}_{k+1}^T$$

となり、 $Z = \bar{L}_{k+1} R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}}$  を得る。

### 8-3. 定理4の証明

5 観測行列 $H_k$ がシフト特性をもち、かつ

$$J = (J_1 \oplus -S)$$

のとき、定理2と同様な方法によって次の関係式が得られる。

$$\begin{bmatrix} R_{e,k+1} & 0 \\ \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} & \bar{L}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k} & \check{C}_{k+1} \bar{L}_k \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} & \rho^{-\frac{1}{2}} \bar{L}_k \end{bmatrix} \Theta(k) \quad (46)$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 \Theta(k) &= (J_1 R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} \oplus -R_{r,k}^{-\frac{1}{2}}) \Sigma(k) (R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} \oplus -R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}}) \\
 \Sigma(k) &= \begin{bmatrix} I & -R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \bar{L}_k \\ -R_{r,k}^{-1} \bar{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T & I \end{bmatrix} \quad (47)
 \end{aligned}$$

とし、 $\Sigma(k)^T (R_{e,k} \oplus -R_{r,k}) \Sigma(k) = (R_{e,k+1} \oplus -R_{r,k+1})$

となるように $R_{r,k+1}$ を決定する。次に、式(46)の3行目に $R_{r,k+1}$ の更新式を新たに追

加すれば、最終的に次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} R_{e,k+1} & 0 \\ \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \tilde{L}_{k+1} \\ & R_{r,k+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_{e,k} & \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} & \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k \\ \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T & R_{r,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \\ -R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T & I \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} R_{e,k} - \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T & 0 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T & \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \\ 0 & R_{r,k} - \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \end{bmatrix} \quad (48)
 \end{aligned}$$

この両辺の $3 \times 2$ ブロック行列の各項の対応から次のゲイン行列 $\bar{K}_k$ の更新式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \quad (49)$$

$$\tilde{L}_{k+1} = \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \quad (50)$$

$$R_{e,k+1} = R_{e,k} - \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \quad (51)$$

$$R_{r,k+1} = R_{r,k} - \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \quad (52)$$

5

## 産業上の利用可能性

一般に、通常の民間の通信機器などでは、コストと速度の面から単精度で計算が行われる場合が多い。このため、本発明は実用的な状態推定アルゴリズムとして様々な産業分野にその効果をもたらすであろう。また、本発明は、通信システムや音響システムにおけるエコーキャンセラ、音場再生又は騒音制御などに適用することができる。

10

## 請 求 の 範 囲

1. 次式で表される状態空間モデルに対して、

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k$$

5  $y_k = H_k x_k + v_k$

$$z_k = H_k x_k$$

ここで、

$x_k$ : 状態ベクトルまたは単に状態

$w_k$ : システム雑音

10  $v_k$ : 観測雑音

$y_k$ : 観測信号

$z_k$ : 出力信号

$F_k$ : システムのダイナミックス

$G_k$ : 駆動行列

15 評価基準として忘却係数  $\rho$  で重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値  $\gamma_f$  に対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数  $\rho$  の最適化を同時に行うためのシステム推定方法であって、

処理部は、上限値  $\gamma_f$ 、フィルタの入力である観測信号  $y_k$ 、観測行列  $H_k$  を含む値  
20 を記憶部又は入力部から入力するステップと、

処理部は、前記上限値  $\gamma_f$  に従い、状態空間モデルに関連する忘却係数  $\rho$  を決定するステップと、

処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列  $H_k$  を含む値を読み取り、前記忘却係数  $\rho$  を用いて次式で表されるハイパー  $H_\infty$  フィルタを実行するステップ  
25 と、

$$\hat{x}_{k|k} = F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k} (y_k - H_k F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1})$$

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$ : 観測信号  $y_0 \sim y_k$  までを用いた時刻  $k$  の状態  $x_k$  の推定値

$K_{s,k}$ : フィルタゲイン

- 5 処理部は、ハイパー  $H_\infty$  フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶するステップと、

処理部は、求められた観測行列  $H_i$ 、又は、観測行列  $H_i$  とフィルタゲイン  $K_{s,i}$  により、前記上限値  $\gamma_f$  及び前記忘却係数  $\rho$  に基づく存在条件を計算するステップと、

- 10 処理部は、上限値  $\gamma_f$  を小さくしていき前記ハイパー  $H_\infty$  フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶するステップと、  
を含む前記システム推定方法。

2. 処理部は、前記存在条件を次式に従い計算する請求項1に記載のシステム推定方法。

$$\hat{\Sigma}_{i|i}^{-1} = \hat{\Sigma}_{i|i-1}^{-1} + \frac{1 - \gamma_f^{-2}}{\rho} H_i^T H_i > 0, \quad i = 0, \dots, k \quad (17)$$

3. 処理部は、前記存在条件を次式に従い計算する請求項1に記載のシステム推定方法。

$$-\varrho \hat{\Xi}_i + \rho \gamma_f^2 > 0, \quad i = 0, \dots, k \quad (18)$$

ここで、

$$\varrho = 1 - \gamma_f^2, \quad \hat{\Xi}_i = \frac{\rho H_i K_{s,i}}{1 - H_i K_{s,i}}, \quad \rho = 1 - \chi(\gamma_f) \quad (19)$$

4. 前記忘却係数  $\rho$  及び前記上限値  $\gamma_f$  は、次式の関係である請求項1に記載のシステム推定方法。

$0 < \rho = 1 - \chi(\gamma_f) \leq 1$  (ただし、 $\chi(\gamma_f)$  は、 $\chi(1) = 1$ 、 $\chi(\infty) = 0$  を満たす  $\gamma_f$  の単調減衰関数)

5

5. 前記ハイパーH $\infty$ フィルタを実行するステップは、

処理部は、前記フィルタゲイン  $K_{s,k}$  を、次式により求めることを特徴とする請求項1に記載のシステム推定方法。

$$\tilde{z}_{k|k} = H_k \hat{x}_{k|k} \quad (10)$$

$$\hat{x}_{k|k} = F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k} (y_k - H_k F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (11)$$

$$K_{s,k} = \hat{\Sigma}_{k|k-1} H_k^T (H_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} H_k^T + \rho)^{-1} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_{k|k} &= \hat{\Sigma}_{k|k-1} - \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T R_{e,k}^{-1} C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \\ \hat{\Sigma}_{k+1|k} &= (F_k \hat{\Sigma}_{k|k} F_k^T) / \rho \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、

$$\begin{aligned} e_{f,i} &= \tilde{z}_{i|i} - H_i x_i, \quad \hat{x}_{0|0} = \tilde{x}_0, \quad \hat{\Sigma}_{1|0} = \Sigma_0 \\ R_{e,k} &= R_k + C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T, \quad R_k = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho \gamma_f^2 \end{bmatrix}, \quad C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

$$0 < \rho = 1 - \chi(\gamma_f) \leq 1, \quad \gamma_f > 1 \quad (15)$$

$$G_k G_k^T = \frac{\chi(\gamma_f)}{\rho} F_k \hat{\Sigma}_{k|k} F_k^T \quad (16)$$

- 10      なお、式(16)の右辺はより一般化することもできる。

ここで、

$x_k$ : 状態ベクトルまたは単に状態

$y_k$ : 観測信号

$z_k$ : 出力信号

- 15       $F_k$ : システムのダイナミックス

$H_k$ : 観測行列

$\hat{x}_{k|k}$ : 観測信号  $y_0 \sim y_k$  までを用いた時刻  $k$  の状態  $x_k$  の推定値

$\hat{\Sigma}_{k|k}$ :  $\hat{x}_{k|k}$  の誤差の共分散行列に対応

$K_{s,k}$ : フィルタゲイン

5  $e_{f,i}$ : フィルタ誤差

$R_{e,k}$ : 補助変数

6. 前記ハイパー  $H_\infty$  フィルタを実行するステップは、

処理部は、初期条件に基づき、フィルタゲイン  $K_{s,k}$  を前記式 (12) を用いて計算

10 するステップと、

処理部は、前記式 (11) の  $H_\infty$  フィルタのフィルタ方程式を更新するステップと、

処理部は、 $\hat{\Sigma}_{k|k}$ 、 $\hat{\Sigma}_{k+1|k}$  を前記式 (13) を用いて計算するステップと、

処理部は、前記各ステップを、時刻  $k$  を進ませて繰り返し実行するステップとを含む請求項 5 に記載のシステム推定方法。

15

7. 前記ハイパー  $H_\infty$  フィルタを実行するステップは、

処理部は、前記フィルタゲイン  $K_{s,k}$  を、ゲイン行列  $K_k$  を用いて、次式により求めることを特徴とする請求項 1 に記載のシステム推定方法。

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (20)$$

$$K_{s,k} = K_k(:, 1)/R_{e,k}(1, 1), \quad K_k = \rho^{\frac{1}{2}}(\rho^{-\frac{1}{2}}K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1}) J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

$$\left[ \begin{array}{c|c} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ \hline 0 & \rho^{-\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{array} \right] \Theta(k) = \left[ \begin{array}{c|c} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \hline \rho^{-\frac{1}{2}} K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{array} \right] \quad (22)$$

ただし、

$$\begin{aligned} R_k &= R_k^{\frac{1}{2}} J_1 R_k^{\frac{1}{2}}, \quad R_k^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \rho^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & \rho^{\frac{1}{2}} \gamma_f \end{bmatrix}, \quad J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ R_{e,k} &= R_k + C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T, \quad C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix}, \quad R_{e,k} = R_{e,k}^{\frac{1}{2}} J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}}, \quad \hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0 \end{aligned} \quad (23)$$

であり、 $\Theta(k)$  は J-ユニタリ行列、すなわち  $\Theta(k) J \Theta(k)^T = J$  を満たし、 $J = (J_1 \oplus I)$ 、 $I$  は単位行列である。また、 $K_k(:, 1)$  は行列  $K_k$  の 1 列目の列ベクトルを表す。

なお、式 (21)、(22) において、 $J_1^{-1}$  および  $J_1$  は削除可能である。

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$ : 観測信号  $y_0 \sim y_k$  までを用いた時刻  $k$  の状態  $x_k$  の推定値

5  $y_k$ : 観測信号

$F_k$ : システムのダイナミクス

$K_{s,k}$ : フィルタゲイン

$H_k$ : 観測行列

$\hat{\Sigma}_{k|k}$ :  $\hat{x}_{k|k}$  の誤差の共分散行列に対応

10  $\Theta(k)$ : J-ユニタリ行列

$R_{e,k}$ : 補助変数

8. 前記ハイパー  $H_\infty$  フィルタを実行するステップは、

処理部は、 $K_k$ 、 $\hat{\Sigma}_{k+1|k}^{1/2}$  を前記式 (22) を用いて計算するステップと、

15 処理部は、初期条件に基づき、フィルタゲイン  $K_{s,k}$  を前記式 (21) を用いて計算



するステップと、

処理部は、前記式(20)の $H_\infty$ フィルタのフィルタ方程式を更新するステップと、

処理部は、前記各ステップを、時刻 $k$ を進ませて繰り返し実行するステップと

を含む請求項7に記載のシステム推定方法。

5

9. 前記ハイパー $H_\infty$ フィルタを実行するステップは、

処理部は、前記フィルタゲイン $K_{s,k}$ を、ゲイン行列 $K_k$ を用いて、次式により求め

ることを特徴とする請求項1に記載のシステム推定方法。

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + \bar{K}_{s,k}(y_k - H_k \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (61)$$

$$\bar{K}_{s,k} = \bar{K}_k(:, 1)/R_{e,k}(1, 1), \quad \bar{K}_k = \rho^{\frac{1}{2}}(\bar{K}_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}})R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \quad (62)$$

$$\begin{bmatrix} R_{e,k+1}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \left[ \begin{array}{c} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{array} \right] R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}} J_1 & \tilde{L}_{k+1} R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \\ \left[ \begin{array}{c} 0 \\ \bar{K}_k \end{array} \right] R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1 & \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \Theta(k) \quad (63)$$

ここで、 $\Theta(k)$ は任意の $J$ -ユニタリ行列であり、 $\check{C}_k = \check{C}_{k+1}\Psi$ が成り立つ。

ただし、

$$R_k = R_k^{\frac{1}{2}} J_1 R_k^{\frac{1}{2}}, \quad R_k^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \rho^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & \rho^{\frac{1}{2}} \gamma_f \end{bmatrix}, \quad J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}$$

$$R_{e,k} = R_k + C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T, \quad C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix}, \quad R_{e,k} = R_{e,k}^{\frac{1}{2}} J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}}, \quad \hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0 \quad (23)$$

10 ここで、

$\hat{x}_{k|k}$ : 観測信号 $y_0 \sim y_k$ までを用いた時刻 $k$ の状態 $x_k$ の推定値

$y_k$ : 観測信号

$K_{s,k}$ : フィルタゲイン

$H_k$ : 観測行列

15  $\Theta(k)$ :  $J$ -ユニタリ行列

$R_{e,k}$ : 補助変数

10. 前記ハイパー $H_\infty$ フィルタを実行するステップは、

処理部は、 $K^-_k$ を前記式(63)を用いて計算するステップと、

処理部は、初期条件に基づき、フィルタゲイン $K^-_{s,k}$ を前記式(62)を用いて計算するステップと、

5 処理部は、前記式(61)の $H_\infty$ フィルタのフィルタ方程式を更新するステップと、

処理部は、前記各ステップを、時刻 $k$ を進ませて繰り返し実行するステップとを含む請求項9に記載のシステム推定方法。

11. 前記ハイパー $H_\infty$ フィルタを実行するステップは、

10 処理部は、フィルタゲイン $K_{s,k}$ を、ゲイン行列 $K^-_k$ を用いて、次式により求める請求項1に記載のシステム推定方法。

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (25)$$

$$K_{s,k} = \rho^{\frac{1}{2}} \bar{K}_k(:, 1) / R_{e,k}(1, 1) \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \quad (27)$$

$$\tilde{L}_{k+1} = \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \quad (28)$$

$$R_{e,k+1} = R_{e,k} - \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \quad (29)$$

$$R_{r,k+1} = R_{r,k} - \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \quad (30)$$

ただし、

$$\check{C}_{k+1} = \begin{bmatrix} \check{H}_{k+1} \\ \check{H}_{k+1} \end{bmatrix}, \quad \check{H}_{k+1} = [u_{k+1} \ u(k+1-N)] = [u(k+1) \ u_k], \quad \check{H}_1 = [u(1), 0, \dots, 0]$$

$$R_{e,1} = R_1 + \check{C}_1 \check{\Sigma}_{1|0} \check{C}_1^T, \quad R_1 = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho \gamma_f^2 \end{bmatrix}, \quad \check{\Sigma}_{1|0} = \text{diag}\{\rho^2, \rho^3, \dots, \rho^{N+2}\}, \quad \rho = 1 - \chi(\gamma_f)$$

$$\tilde{L}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{(N+1) \times 2}, \quad R_{r,0} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \rho^{-N} \end{bmatrix}, \quad \bar{K}_0 = 0, \quad \hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0, \quad \bar{K}_k = \rho^{-\frac{1}{2}} K_k \quad (31)$$

なお、上式は $K^-_k$ の代わりに $K_k$ に関しても整理できる。

ここで、

$y_k$ : 観測信号

$F_k$ : システムのダイナミックス

$H_k$ : 観測行列

5  $\hat{x}_{k|k}$ : 観測信号  $y_0 \sim y_k$  までは用いた時刻  $k$  の状態  $x_k$  の推定値

$K_{s,k}$ : フィルタゲイン; ゲイン行列  $K_{-k}$  から得られる。

$R_{e,k}$ ,  $L_{-k}$ : 補助変数

12. 前記ハイパー  $H_\infty$  フィルタを実行するステップは、

10 処理部は、予め定められた初期条件に基づき、 $K_{-k+1}$  を前記式 (27) を用いて再帰的に計算するステップと、

処理部は、システムゲイン  $K_{s,k}$  を前記式 (26) を用いて計算するステップと、

処理部は、存在条件を計算するステップと、

15 処理部は、前記存在条件を満たせば、前記式 (25) の  $H_\infty$  フィルタのフィルタ方程式を更新し、時刻  $k$  を進ませて繰り返し各前記ステップを繰り返し実行するステップと、

処理部は、前記存在条件を満たさなければ上限値  $\gamma_f$  を増加するステップとを含む請求項 11 に記載のシステム推定方法。

20 13. さらに、次式により時刻  $k$  の状態推定値  $\hat{x}_{k|k}$  から出力信号の推定値  $z_{k|k}^v$  を求めるようにした請求項 1 に記載のシステム推定方法。

$$z_{k|k}^v = H_k \hat{x}_{k|k}$$

14. 前記  $H_\infty$  フィルタ方程式を適用し、状態推定値  $\hat{x}_{k|k}$  を求め、

25 擬似エコーを次式のように推定し、

求められた擬似エコーで実際のエコーを打ち消すことによりエコーキャンセラを実現する請求項1に記載のシステム推定方法。

$$\hat{d}_k = \sum_{i=0}^{N-1} \hat{h}_i[k] u_{k-i}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (34)$$

5    15. 次式で表される状態空間モデルに対して、

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k$$

$$y_k = H_k x_k + v_k$$

$$z_k = H_k x_k$$

ここで、

10     $x_k$ : 状態ベクトルまたは単に状態

$w_k$ : システム雑音

$v_k$ : 観測雑音

$y_k$ : 観測信号

$z_k$ : 出力信号

15     $F_k$ : システムのダイナミックス

$G_k$ : 駆動行列

評価基準として忘却係数  $\rho$  で重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値  $\gamma_f$  に対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数  $\rho$  の最適化を同時にコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラムであって、

20

処理部は、上限値  $\gamma_f$ 、フィルタの入力である観測信号  $y_k$ 、観測行列  $H_k$  を含む値を記憶部又は入力部から入力するステップと、

処理部は、前記上限値  $\gamma_f$  に従い、状態空間モデルに関連する忘却係数  $\rho$  を

決定するステップと、

処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列 $H_k$ を含む値を読み取り、前記忘却係数 $\rho$ を用いて次式で表されるハイパー $H_\infty$ フィルタを実行するステップと、

$$5 \quad \hat{x}_{k|k} = F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k} (y_k - H_k F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1})$$

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$ : 観測信号 $y_0 \sim y_k$ までを用いた時刻 $k$ の状態 $x_k$ の推定値

$F_k$ : システムのダイナミックス

$K_{s,k}$ : フィルタゲイン

10 処理部は、ハイパー $H_\infty$ フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶するステップと、

処理部は、求められた観測行列 $H_i$ 、又は、観測行列 $H_i$ とフィルタゲイン $K_{s,i}$ により、前記上限値 $\gamma_f$ 及び前記忘却係数 $\rho$ に基づく存在条件を計算するステップと、

15 処理部は、上限値 $\gamma_f$ を小さくしていき前記ハイパー $H_\infty$ フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶するステップと、  
をコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラム。

20 16. 次式で表される状態空間モデルに対して、

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k$$

$$y_k = H_k x_k + v_k$$

$$z_k = H_k x_k$$

ここで、

25  $x_k$ : 状態ベクトルまたは単に状態

$w_k$ : システム雑音

$v_k$ : 観測雑音

$y_k$ : 観測信号

$z_k$ : 出力信号

5  $F_k$ : システムのダイナミックス

$G_k$ : 駆動行列

評価基準として忘却係数  $\rho$  で重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値  $\gamma_f$  に対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数  $\rho$  の最適化を同時にコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体であって、

処理部は、上限値  $\gamma_f$ 、フィルタの入力である観測信号  $y_k$ 、観測行列  $H_k$  を含む値を記憶部又は入力部から入力するステップと、

処理部は、前記上限値  $\gamma_f$  に従い、状態空間モデルに関連する忘却係数  $\rho$  を決定するステップと、

処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列  $H_k$  を含む値を読み取り、前記忘却係数  $\rho$  を用いて次式で表されるハイパー  $H_\infty$  フィルタを実行するステップと、

$$\hat{x}_{k|k} = F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k} (y_k - H_k F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1})$$

20 ここで、

$\hat{x}_{k|k}$ : 観測信号  $y_0 \sim y_k$  までを用いた時刻  $k$  の状態  $x_k$  の推定値

$F_k$ : システムのダイナミックス

$K_{s,k}$ : フィルタゲイン

処理部は、ハイパー  $H_\infty$  フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶するステップと、

25

処理部は、求められた観測行列 $H_i$ 、又は、観測行列 $H_i$ とフィルタゲイン $K_{s,i}$ により、前記上限値 $\gamma_f$ 及び前記忘却係数 $\rho$ に基づく存在条件を計算するステップと、

5 処理部は、上限値 $\gamma_f$ を小さくしていき前記ハイパー $H_\infty$ フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶するステップと、  
をコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体。

10 17. 次式で表される状態空間モデルに対して、

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k$$

$$y_k = H_k x_k + v_k$$

$$z_k = H_k x_k$$

ここで、

15  $x_k$ : 状態ベクトルまたは単に状態

$w_k$ : システム雑音

$v_k$ : 観測雑音

$y_k$ : 観測信号

$z_k$ : 出力信号

20  $F_k$ : システムのダイナミックス

$G_k$ : 駆動行列

評価基準として忘却係数 $\rho$ で重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値 $\gamma_f$ に対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数 $\rho$ の最適化を同時に行うためのシステム推定装置であって、

25

推定アルゴリズムを実行する処理部と、

前記処理部により読み取り及び／又は書き込みがなされ、状態空間モデルに関連する各観測値、設定値、推定値を記憶した記憶部と、  
を備え、

5 前記処理部は、上限値  $\gamma_f$ 、フィルタの入力である観測信号  $y_k$ 、観測行列  $H_k$  を含む値を記憶部又は入力部から入力すること、

前記処理部は、前記上限値  $\gamma_f$  に従い、状態空間モデルに関連する忘却係数  $\rho$  を決定すること、

10 前記処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列  $H_k$  を含む値を読み取り、前記忘却係数  $\rho$  を用いて次式で表されるハイパー  $H_\infty$  フィルタを実行すること、

$$\hat{x}_{k|k} = F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k} (y_k - H_k F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1})$$

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$ : 観測信号  $y_0 \sim y_k$  までを用いた時刻  $k$  の状態  $x_k$  の推定値

15  $F_{k-1}$ : システムのダイナミクス

$K_{s,k}$ : フィルタゲイン

前記処理部は、ハイパー  $H_\infty$  フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶すること、

20 前記処理部は、求められた観測行列  $H_i$ 、又は、観測行列  $H_i$  とフィルタゲイン  $K_{s,i}$  により、前記上限値  $\gamma_f$  及び前記忘却係数  $\rho$  に基づく存在条件を計算すること、

前記処理部は、上限値  $\gamma_f$  を小さくしていき前記ハイパー  $H_\infty$  フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶すること  
を備えた前記システム推定装置。



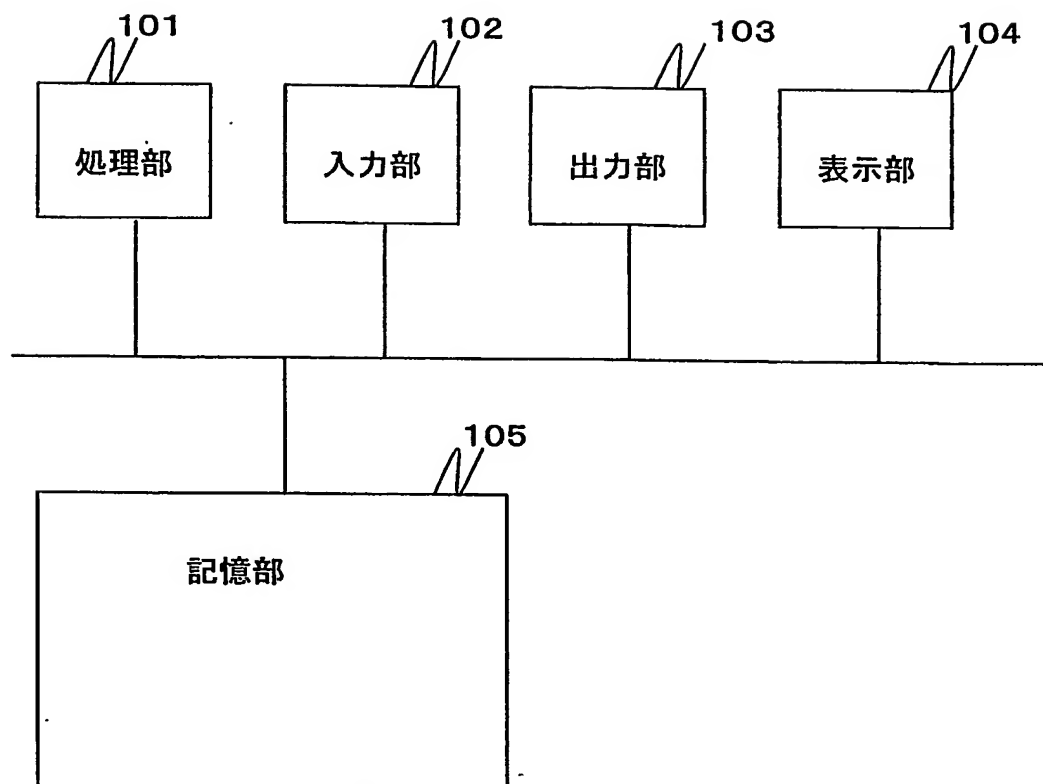


図1

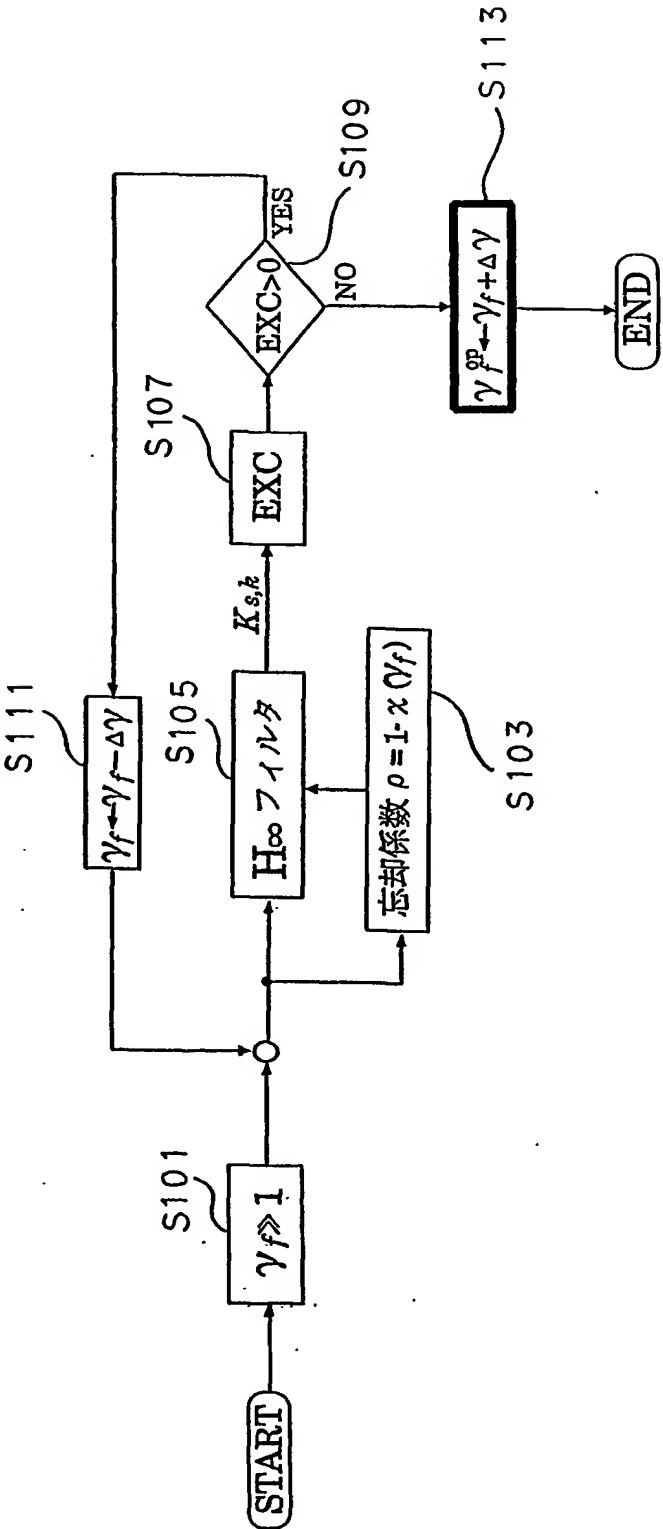
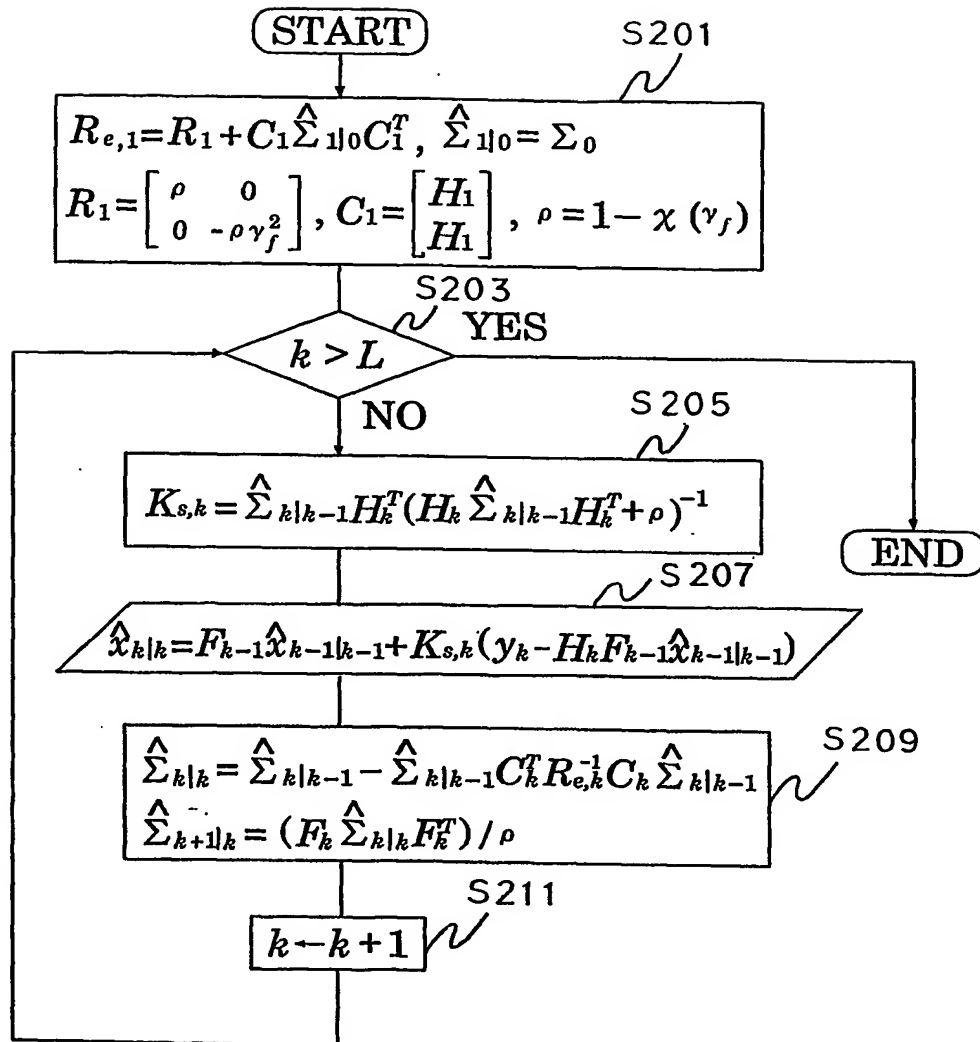


図2

3/10



4/10

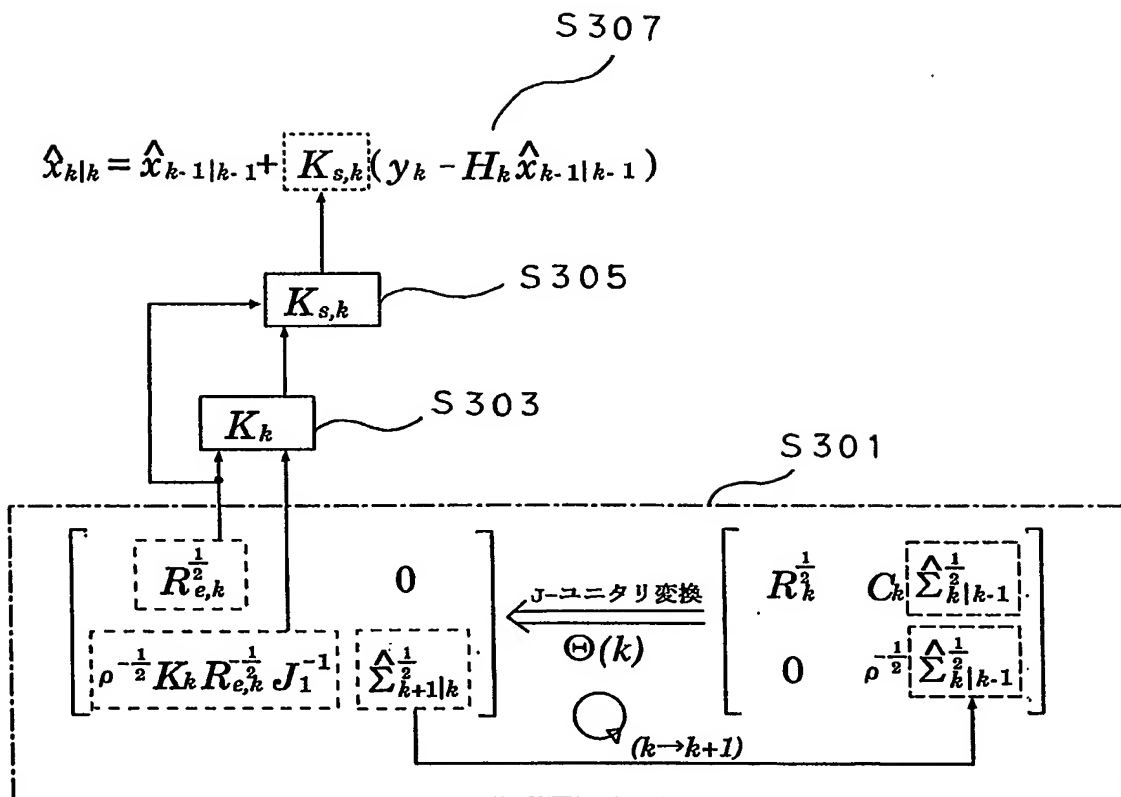
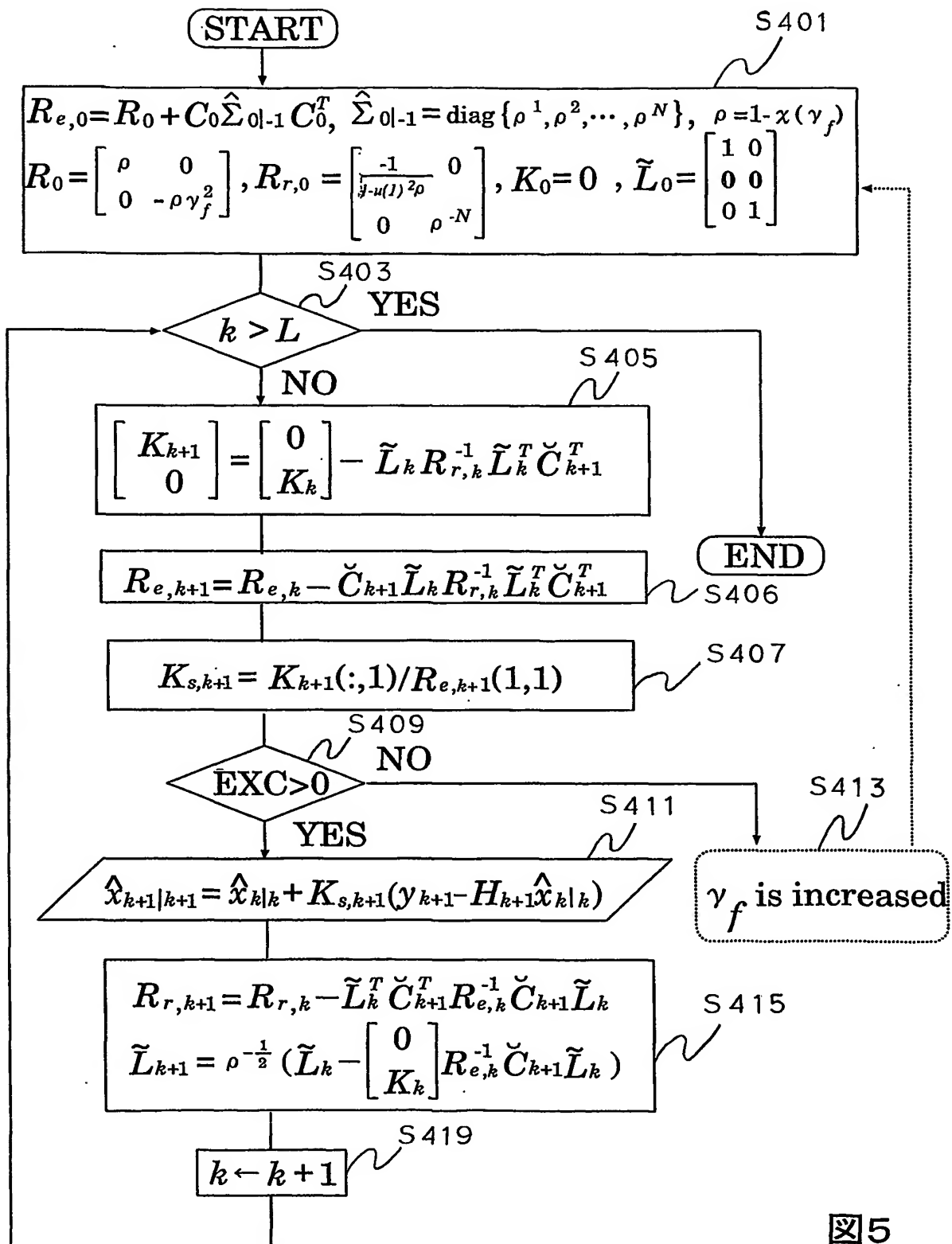


図4

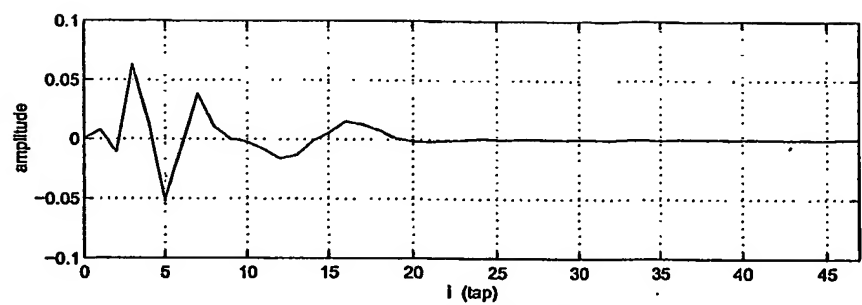
5/10



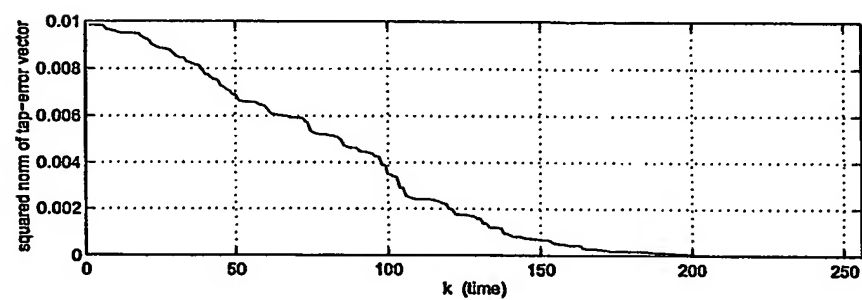
エコーパスのインパルス応答

$h_0$	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_4$	$h_5$
0.0	0.008	-0.012	0.064	0.013	-0.052
$h_6$	$h_7$	$h_8$	$h_9$	$h_{10}$	$h_{11}$
-0.007	0.039	0.011	0.0	-0.002	-0.009
$h_{12}$	$h_{13}$	$h_{14}$	$h_{15}$	$h_{16}$	$h_{17}$
-0.016	-0.013	-0.001	0.004	0.015	0.013
$h_{18}$	$h_{19}$	$h_{20}$	$h_{21}$	$h_{22}$	$h_{23}$
0.007	0.0	-0.001	-0.002	-0.001	0.0

図6



(a) インパルス応答の推定値 ( $\hat{x}_{256|256}$ )



(b) タップ誤差の推移

図7

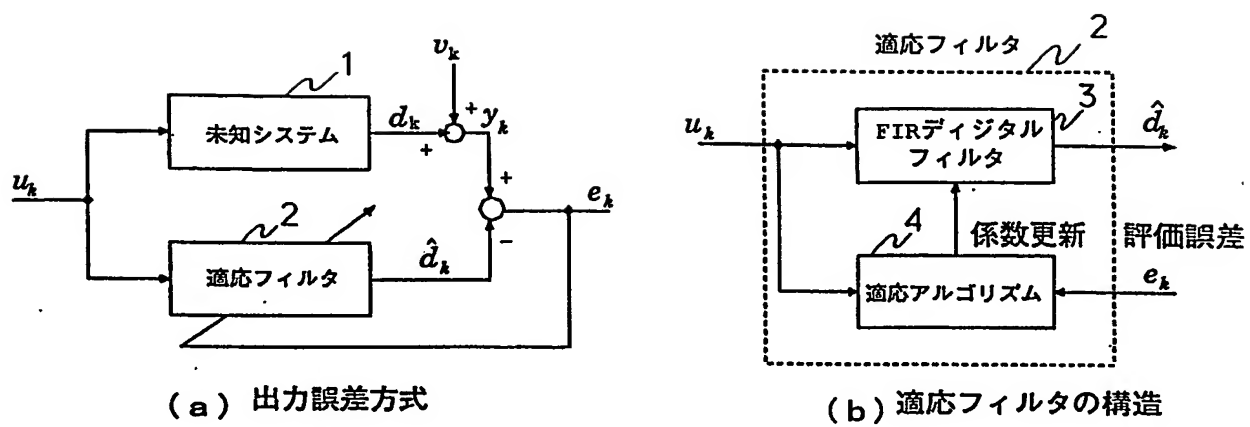


図8



9/10

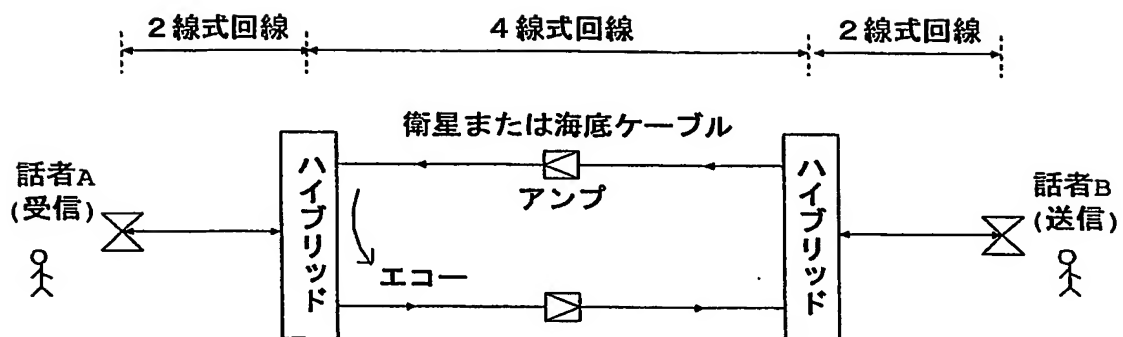


図9

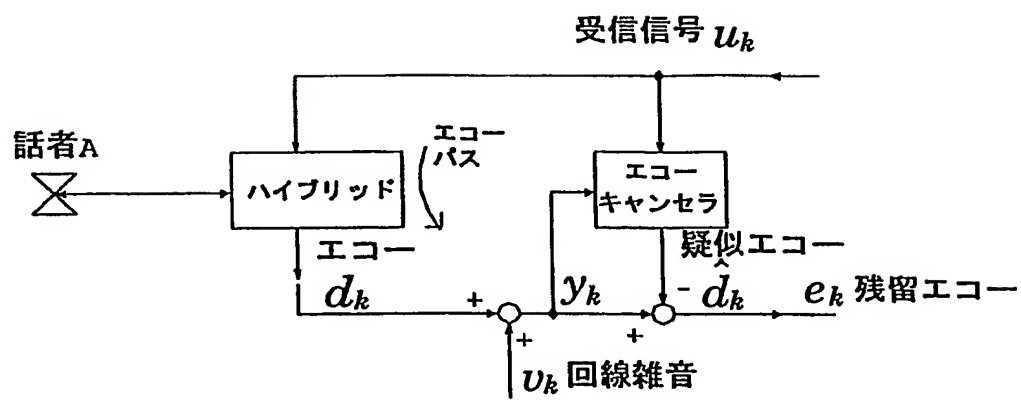


図10